

PF1 – Contrôle n°2 – Correction

12 novembre 2013

Durée : 40 minutes

Exercice 1. [Types fréquents] Citez deux types d'entier Java différents et donnez la taille de chacun en bit ainsi que la plus petite et la plus grande valeur qu'on peut exprimer avec.

Réponse. Les entiers java sont codés en complément à deux. Le complément à deux sur $n + 1$ bits permet de coder les nombres de -2^n à $2^n - 1$.

On peut citer par exemple :

- le type *integer*, `int`, sur 32 bits, codant les entiers de -2^{31} à $2^{31} - 1$
- le type *byte*, `byte`, sur 8 bits, codant les entiers de -2^7 à $2^7 - 1$

Exercice 2. [Complément alimentaire] Donnez le code en complément à deux sur 8 bits des nombres suivants :

1. $(3B)_{16}$

Réponse. En binaire $(3B)_{16} = (111011)_2$ qui est positif et plus petit que 127. On peut donc l'écrire en complément à deux sur 8 bits et son code, comme il est positif, sera son écriture binaire avec 8 chiffres soit : 00111011

2. $-(111)_2$

Réponse. Le nombre nous est déjà donné en binaire. Cependant c'est un nombre négatif. Pour calculer son complément à deux, on utilise la méthode vue en cours : on inverse les bits du complément à deux de $(111)_2$ et on ajoute 1. Le complément à deux de $(111)_2$ est 00000111 donc le complément à deux de $-(111)_2$ est 11111001.

3. 126

Réponse. $126 < 127$ donc on peut l'écrire en complément à deux sur 8 bits. Il est positif donc son complément à deux est son écriture binaire sur 8 chiffres soit : 01111110

4. -34

Réponse. $-128 < -34$ donc on peut l'écrire en complément à deux 8 bits. Pour cela, on remarque $34 = (100010)_2$ soit 00100010 en complément à deux 8 bits. On n'a plus qu'à inverser les bits et ajouter 1. Le code de -34 est 11011110

Exercice 3. [Acompte] Dans cet exercice, les nombres sont représentés en complément à deux. Écrivez-les en décimal :

1. 0010

Réponse. Le bit de poids fort est 0 c'est donc un nombre positif, donc son complément à deux et son écriture en binaire sont les mêmes. D'où $0010 = (10)_2 = 2$.

2. 1011

Réponse. Le bit de poids fort est 1 c'est donc un nombre négatif. Pour trouver quel nombre est représenté, on va calculer la représentation de son opposé. Pour la trouver, on enlève 1 et on inverse les bits (attention, on le fait dans ce sens). $1011 - 1 = 1010$ donc le nombre représenté est $-(101)_2 = -5$

3. 10011010

Réponse. C'est un nombre négatif, on fait de même et on trouve -102 .

4. 01101111

Réponse. C'est un nombre positif, on fait de même et on trouve 111.

Exercice 4. [Inondations] Soit x , y et z trois variables de type `byte` en java. Que vaut z après avoir exécuté le programme `z = x + y` si $x = 101$ et $y = 53$ (donnez la valeur des 8 bits constituant z). Justifiez votre réponse.

Réponse. Le type `byte` en java peut stocker des valeurs allant de -128 à 127 en utilisant le complément à deux. Or $101 + 53 = 154 > 127$ donc on a un overflow. Donc la valeur de z ne sera pas 154. Pour trouver sa valeur, soit on remarque que $127 + 1$ donne -128 sur 8 bits et donc comme $101 + 53 = 127 + 1 + 26$, on a $z = -128 + 26 = -102$, soit on effectue l'addition bit à bit pour trouver la représentation en complément à deux de z : $x = 01100101$ et $y = 00110101$ donc $z = 10011010$, c'est-à-dire -102 .

Exercice 5. [Bouée]

1. Que valent, en binaire puis en décimal, les flottants suivants :

(a) 1 10000000 11100000000000000000000000000000

Réponse. Le bit de signe est 1, c'est un nombre négatif. De plus, $e = (10000000)_2 = 128$ donc le nombre représenté est $-(1.111)_2 \times 2^{127-128} = -(0.1111)_2 = -(1/2 + 1/4 + 1/8 + 1/16) = -0.9375$.

(b) 0 01111111 10100000000000000000000000000000

Réponse. Le nombre est positif et $e = 127$ donc le nombre représenté est $(1.101)_2 \times 2^0 = (1.101)_2 = 1.625$.

2. Donnez la représentation en flottant des nombres suivants (vous avez le droit de mettre trois petits points pour indiquer les derniers 0) :

(a) $(1011.11101)_2$

Réponse. On commence par mettre le nombre sous la forme $1.m_0 \dots m_{23} \times 2^k$. On a $(1011.11101)_2 = (1.01111101)_2 \times 2^3$ (on doit redécaler la virgule de 3 vers la droite pour revenir au nombre de départ). D'où $127 - e = 3$ soit $e = 124 = (01111100)_2$ donc $(1011.11101)_2$ est représenté par le flottant 0 01111100 011111010...0

(b) -2.625

Réponse. On commence par mettre ce nombre sous forme binaire : $-2.625 = -(10.101)_2 = -(1.0101)_2 \times 2^1$ d'où $e = 126 = (01111110)_2$. Donc -2.625 est représenté par le flottant 1 01111110 01010...0